

MATEMATIKA

MAMZD19C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

- Didaktický test obsahuje **26 úloh**.
- Časový limit pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi pište do záznamového archu.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- První část didaktického testu (úlohy 1–15) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 16–26) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** písíci propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **pište čitelně** do vyznačených bílých polí.

1



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvěte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

1 bod

1 **Z** je množina všech celých čísel, $A = (-2; 3)$.

Určete všechny prvky množiny $A \cap Z$.

1 bod

2 **Vypočtete 50 % z čísla 2^{1000} .**

Výsledek vyjádřete rovněž ve tvaru mocniny.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Vlak má tři vagony, všechny se stejným počtem míst. V každém vagonu je o 20 míst k stání více než k sezení.

Při odjezdu z Roztok byl vlak zaplněn přesně do poloviny své kapacity. V prvním a posledním vagonu byla všechna místa k sezení obsazená, ale ve druhém vagonu zůstalo 25 % míst k sezení volných.

(Kapacita vlaku je součet počtu všech míst k stání a sezení. Každý cestující obsadil buď jedno místo k stání, nebo jedno místo k sezení.)

(CZVV)

max. 2 body

3 Počet **míst k sezení** v jednom vagonu označme n .

Vyjádřete v závislosti na veličině n počet všech cestujících, kteří při odjezdu z Roztok

3.1 byli ve vlaku;

3.2 ve vlaku stáli.

max. 2 body

4 Pro $a \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 0; 3\}$ zjednodušte:

$$\frac{1 + \frac{3}{a}}{\frac{a^2}{3} - 3} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

max. 2 body

5 V oboru \mathbb{R} řešte rovnici:

$$\frac{2x + 8}{4x^2 - 8x} - \frac{5}{2x} = \frac{1}{x}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Na zámek přišly pouze dvě třetiny všech účastníků zájezdu, ale na prohlídku zámku čtyři z těchto příchozích nešli. Prohlídky zámku se tak zúčastnila jen polovina všech účastníků zájezdu.

(CZVV)

1 bod

6 Určete počet všech účastníků zájezdu.

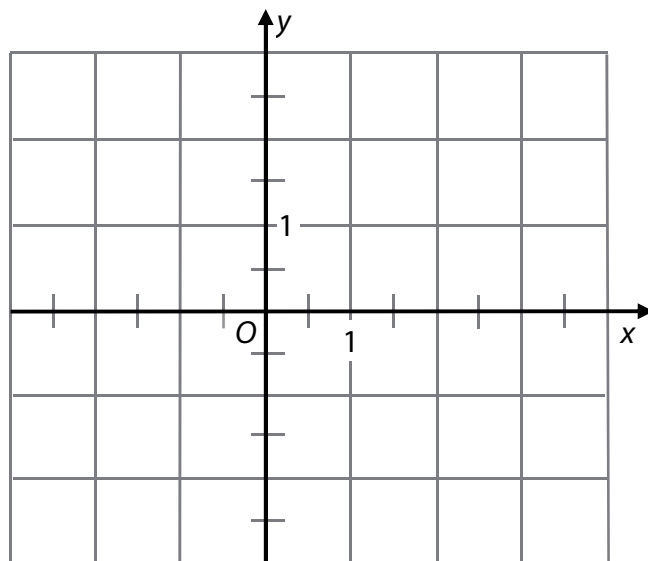
max. 2 body

7 Kvadratická funkce má předpis $y = 2x^2 - 3x$. Její graf protíná přímka p ve dvou různých bodech $P[p_1; 9]$ a $Q[q_1; 9]$.

Vypočtěte souřadnice p_1, q_1 bodů P, Q .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Je dána funkce $f: y = \log_2 x$.



(CZVV)

max. 3 body

8

- 8.1 Dopočtete souřadnici a_2 bodu $A[4; a_2]$ grafu funkce f .
- 8.2 Dopočtete souřadnici b_1 bodu $B[b_1; -1]$ grafu funkce f .
- 8.3 Sestrojte graf funkce f s přesně vyznačenými body A, B a průsečíkem P grafu funkce f se souřadnicovou osou x .

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

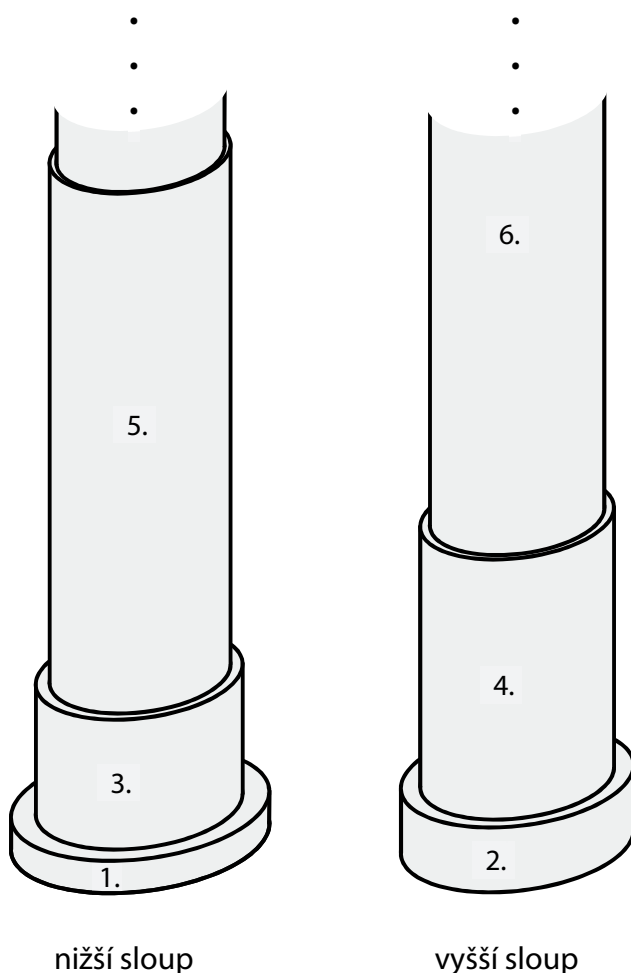
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V Kocourkově navrhli nereálný plán stavby dvou sloupů sahajících do nebe.

Na stavbu se má použít celkem 20 válců. Jednotlivé válce jsou podle výšky označeny pořadovými čísly od 1 do 20.

Nejnižší je 1. válec s výškou 1 m, 2. válec má výšku 2 m a rovněž každý další válec je dvakrát vyšší než válec s pořadovým číslem o 1 nižším. (Tedy 3. válec má výšku 4 m, 4. válec 8 m atd.)

Nižší sloup bude postaven ze všech válců označených lichými pořadovými čísly od 1 do 19, vyšší sloup ze všech válců označených sudými pořadovými čísly od 2 do 20.



(CZVV)

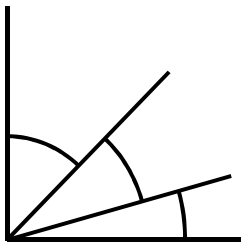
max. 2 body

9 Určete v metrech

- 9.1 výšku 20. válce;
- 9.2 výšku nižšího sloupu.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Pravý úhel je rozdělen na tři úhly, jejichž velikosti tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Nejmenší z těchto tří úhlů má velikost 11° .



(CZVV)

1 bod

10 Určete ve stupních velikost největšího z těchto tří úhlů.

1 bod

11 Pro dva různé úhly $\alpha = 112^\circ$, $\beta \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$ platí $\cos \alpha = \cos \beta$.

Určete ve stupních velikost úhlu β .

1 bod

12 V oboru \mathbb{R} řešte rovnici:

$$\frac{25^x}{5} = 5 \cdot 5^{x-2}$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

Trojmístný kód obsahuje vždy písmeno A a dvě **různé** číslice z deseti možných (0–9). Vyhovují např. kódy A36, 0A1, 69A.

(CZVV)

1 bod

13 Určete počet všech možných kódů vyhovujících zadání.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Během prvních 5 dnů se vyrobilo denně v průměru o čtvrtinu výrobků méně, než se vyrobilo v každém z 10 následujících dnů. Celkem se tak za 15 dnů vyrobilo 2 200 výrobků.

(CZVV)

max. 3 body

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic určete celkový počet výrobků vyrobených za prvních 5 dnů.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

max. 2 body

15 Rotační válec, jehož výška je rovna průměru podstavy, má objem 1 litr.

Vypočtete v cm výšku tohoto válce.

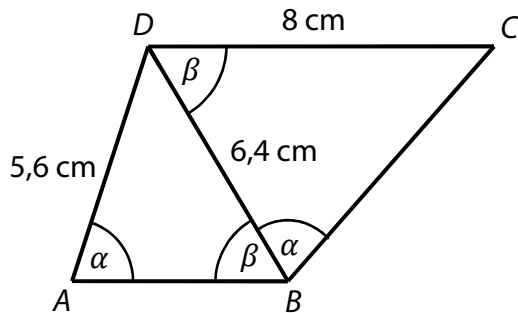
Výsledek zaokrouhlete na desetiny cm.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

Lichoběžník $ABCD$ je rozdělen úhlopříčkou na dva podobné trojúhelníky ABD a BDC .
V trojúhelnících jsou vyznačeny dvě dvojice shodných úhlů α, β .

Platí: $|AD| = 5,6 \text{ cm}$, $|BD| = 6,4 \text{ cm}$, $|CD| = 8 \text{ cm}$.



(CZVV)

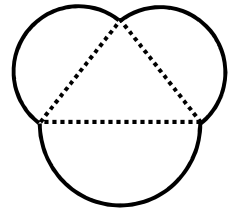
max. 2 body

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- | | A | N |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 16.1 $ AB : BD = BD : CD $ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.2 Obvod trojúhelníku BCD je 1,25krát větší než obvod trojúhelníku ABD . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.3 $ AB = 5,12 \text{ cm}$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16.4 $ BC = 7 \text{ cm}$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 17

Obrazec je ohraničen třemi půlkružnicemi.
Společné krajní body půlkružnic tvoří vrcholy rovnostranného trojúhelníku se základnou délky 12 cm.
Obsah tohoto trojúhelníku je 48 cm^2 .



(CZVV)

2 body

17 Jaký je obvod obrazce ohraničeného třemi půlkružnicemi?

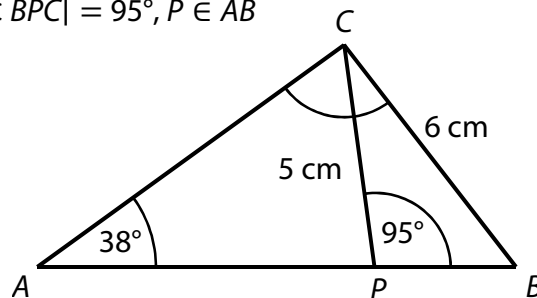
Výsledek je zaokrouhlen na celé cm.

- A) menší než 35 cm
- B) 36 cm
- C) 39 cm
- D) 50 cm
- E) větší než 51 cm

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

V trojúhelníku ABC platí:

$|BC| = 6 \text{ cm}$, $|CP| = 5 \text{ cm}$, $|\sphericalangle BAC| = 38^\circ$, $|\sphericalangle BPC| = 95^\circ$, $P \in AB$



(CZVV)

2 body

18 Jaká je velikost vnitřního úhlu ACB v daném trojúhelníku?

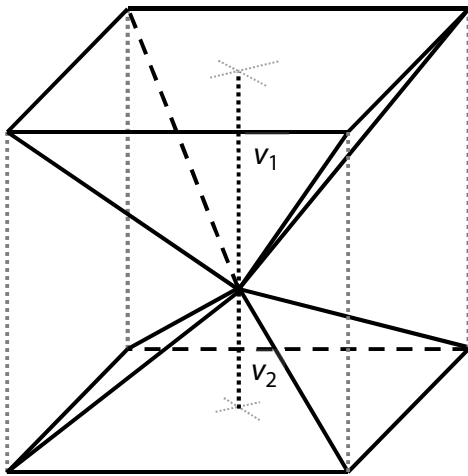
Výsledek je zaokrouhlen na celé stupně.

- A) 83°
- B) 86°
- C) 90°
- D) 102°
- E) větší než 103°

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

V krychli jsou dva čtyřboké jehlany umístěny tak, že mají společný hlavní vrchol a podstavy obou jehlanů tvoří rovnoběžné stěny krychle.

Výšky obou jehlanů jsou v poměru $v_1 : v_2 = 3 : 2$.



(CZVV)

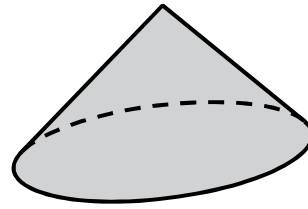
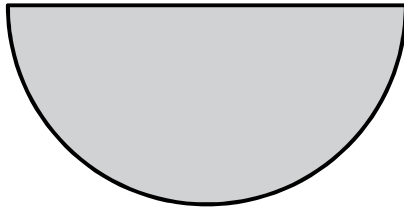
2 body

19 Jakou část objemu krychle tvoří objem většího z obou jehlanů?

- A) $\frac{3}{5}$
- B) $\frac{1}{3}$
- C) $\frac{2}{9}$
- D) $\frac{1}{5}$
- E) $\frac{1}{6}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Rozvinutý plášť rotačního kužele tvoří půlkruh o poloměru 10 cm.



(CZVV)

2 body

20 Jaký je povrch kužele (včetně podstavy)?

- A) $75\pi \text{ cm}^2$
- B) $100\pi \text{ cm}^2$
- C) $125\pi \text{ cm}^2$
- D) $150\pi \text{ cm}^2$
- E) jiný povrch

2 body

21 V rovině jsou dány body $A[-21; 9]$, $B[15; -5]$ a $P[0; -2]$.
Bod S je střed úsečky AB .

Jaká je vzdálenost bodů P, S ?

- A) 3,5
- B) 4
- C) 4,5
- D) 5
- E) jiná vzdálenost

22 V geometrické posloupnosti platí:

$$a_2 = \sqrt[3]{3}$$

$$a_3 = -\sqrt[3]{9}$$

Jaká je hodnota součtu $a_1 + a_4$?

- A) 2
- B) 1
- C) 0
- D) -1
- E) jiná hodnota

23 Pro kterou z následujících nerovnic s neznámou $x \in \mathbb{R}$ je množinou všech řešení interval $(-\infty; 0)$?

- A) $-2x < 0$
- B) $\frac{x}{x-1} < 0$
- C) $\frac{x}{-2} \geq 0$
- D) $\frac{2x}{x} < 0$
- E) $2x < x$

24 Je dán výraz $\frac{12(a-2)^2}{12-6a}$ s reálnou proměnnou a .

Které tvrzení je pravdivé?

- A) Pro $a = 101^8$ je výraz kladný.
- B) Pro $a = 2$ je hodnota výrazu 0.
- C) Hodnota výrazu nemůže být nikdy nulová.
- D) Pro všechna $a \neq \frac{1}{6}$ je výraz roven $\frac{(a-2)^2}{1-6a}$.
- E) Pro některá a je výraz roven $2(a-2)$.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 25

V rodině Novotných mají 4 děti, a to 2 dívky a 2 chlapce. V rodině Dlouhých mají také 4 děti, ale jen 1 dívku a 3 chlapce.

Z uvedených osmi dětí se vylosuje dvojice dětí.

(CZVV)

max. 4 body

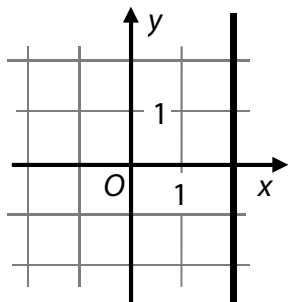
25 **Přiřadte ke každému z následujících jevů (25.1–25.4) pravděpodobnost (A–F), s kterou může daný jev nastat.**

- 25.1 Ve vylosované dvojici budou dvě dívky. _____
- 25.2 Ve vylosované dvojici budou dva chlapci. _____
- 25.3 Ve vylosované dvojici budou oba chlapci Novotných. _____
- 25.4 Ve vylosované dvojici bude 1 chlapec Novotných a 1 dívka Dlouhých. _____

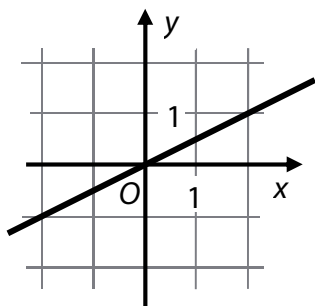
- A) $\frac{1}{28}$
- B) $\frac{1}{14}$
- C) $\frac{3}{28}$
- D) $\frac{1}{7}$
- E) $\frac{3}{14}$
- F) $\frac{5}{14}$

26 Přiřadte ke každé přímce (26.1–26.3) její analytické vyjádření (A–E).

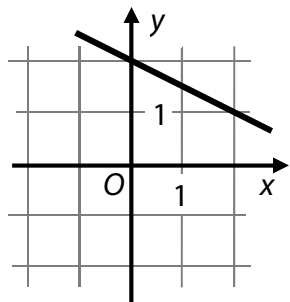
26.1



26.2



26.3



- A) $y = -x + 2$
- B) $x + 2y - 4 = 0$
- C) $x = 2 + 2t,$
 $y = 1 + t, t \in \mathbf{R}$
- D) $x = t,$
 $y = 2, t \in \mathbf{R}$
- E) $x = 2,$
 $y = t, t \in \mathbf{R}$

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.
